

Robotik I im WS 2017/18

## 6. Übungsblatt

Termin: 18. Dezember 2017

Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour  
M. Sc. Fabian Paus  
Dipl.-Inform. Peter Kaiser  
Adenauerring 2, Geb. 50.20  
Web: <http://h2t.anthropomatik.kit.edu>

### Aufgabe 1

(Reibungsdreiecke)

Gegeben sei das in Abbildung 1 dargestellte zweidimensionale Objekt mit dem Schwerpunkt  $c = (4, 3)^T$ . Im Folgenden werden Punktkontakte mit Reibung angenommen. Die Kontaktkräfte werden über Reibungsdreiecke dargestellt.

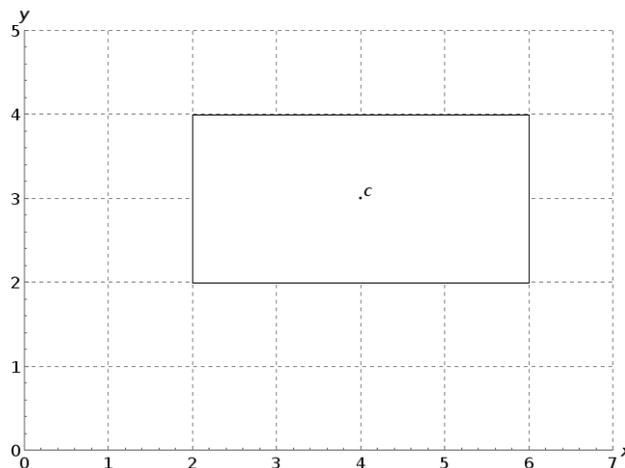


Abbildung 1: Ein zweidimensionales Objekt mit Schwerpunkt  $c$ .

1. Berechnen Sie den Öffnungswinkel  $\beta$  eines Reibungsdreiecks für den Reibungskoeffizienten  $\mu = 1$ .
2. Gegeben seien die Kontaktpunkte  $p_1 = (3, 4)^T$ ,  $p_2 = (5, 2)^T$  und  $p_3 = (3, 2)^T$  sowie die dazugehörigen Kraftvektoren

$$f_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad f_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad f_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Zeichnen Sie die Kraftvektoren, sowie die zugehörigen Reibungsdreiecke an den Punkten  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  ein.

3. Bestimmen Sie jeweils die zwei Kraftvektoren an den Rändern der Reibungsdreiecke.

### Aufgabe 2

(Grasp Wrench Space)

Gegeben sei das in Abbildung 2 dargestellte zweidimensionale Objekt mit dem Schwerpunkt  $c = (4, 3)^T$  und den Kontaktpunkten  $p_1 = (3, 4)^T$ ,  $p_2 = (5, 2)^T$  und  $p_3 = (3, 2)^T$ . Die Kontaktkräfte betragen:  $f_{a,1} = (0.5, -0.5)^T$ ,  $f_{b,1} = (-0.5, -0.5)^T$ ,  $f_{a,2} = f_{a,3} = (-0.5, 0.5)^T$ ,  $f_{b,2} = f_{b,3} = (0.5, 0.5)^T$ .

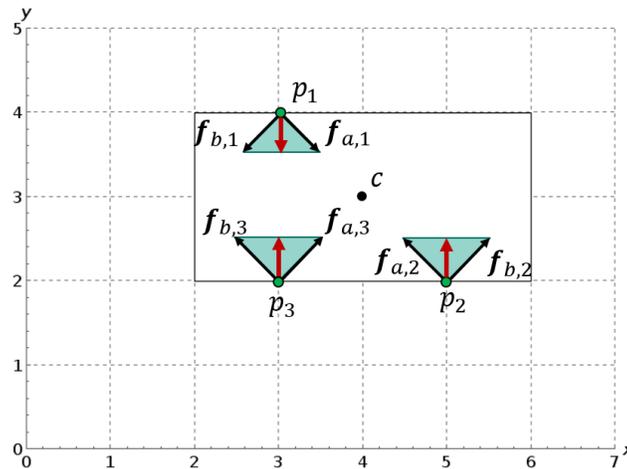


Abbildung 2: Ein zweidimensionales Objekt mit Schwerpunkt  $c$ .

1. Bestimmen Sie die durch die Kontakte entstehenden *Wrenches* in 2D.

*Hinweis:* Im zweidimensionalen Fall ist das durch eine Kontaktkraft  $f$  erzeugte Moment  $\tau$  ein skalarer Wert, der sich wie folgt berechnet:  $\tau = d \times f$ , wobei  $d$  den Vektor vom Schwerpunkt zum Kontaktpunkt beschreibt.

2. Zeichnen Sie in Abbildung 3 die Projektion des *Grasp Wrench Space* auf die  $(f_y, \tau)$ -Ebene für die Kontakte  $p_1$  und  $p_2$ .

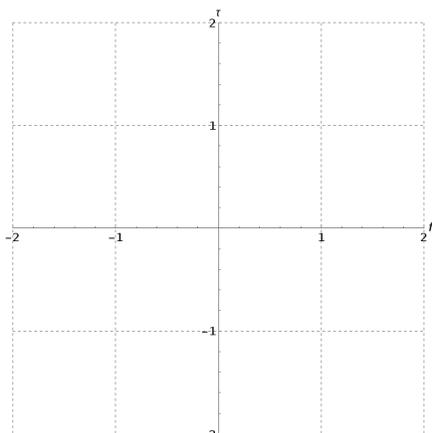


Abbildung 3: Die Dimensionen  $f_y$  und  $\tau$  des Grasp Wrench Space.

3. Zeichnen Sie in Abbildung 4 die Projektion des *Grasp Wrench Space* auf die  $(f_y, \tau)$ -Ebene für die Kontakte  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$ .

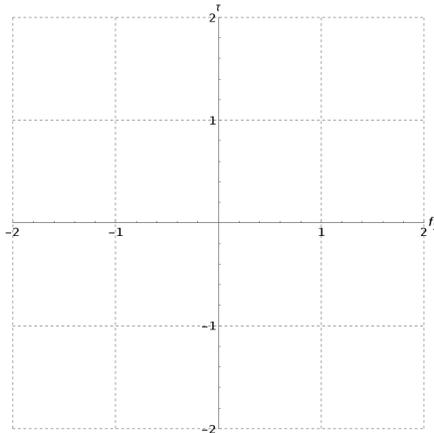


Abbildung 4: Die Dimensionen  $f_y$  und  $\tau$  des Grasp Wrench Space.

### Aufgabe 3

(Kraftgeschlossenheit)

Gegeben sei das in Abbildung 5 dargestellte zweidimensionale Objekt mit dem Schwerpunkt  $c = (4, 3)^T$ . An den drei Kontaktpunkten  $p_1 = (3, 4)^T$ ,  $p_2 = (5, 2)^T$  und  $p_3 = (3, 2)^T$  treten folgende Wrenches an den Rändern der Reibungsdreiecke auf:  $\mathbf{w}_{a,1} = (0.5, -0.5, 0)^T$ ,  $\mathbf{w}_{b,1} = (-0.5, -0.5, 1)^T$ ,  $\mathbf{w}_{a,2} = (-0.5, 0.5, 0)^T$ ,  $\mathbf{w}_{b,2} = (0.5, 0.5, 1)^T$ ,  $\mathbf{w}_{a,3} = (-0.5, 0.5, -1)^T$ ,  $\mathbf{w}_{b,3} = (0.5, 0.5, 0)^T$ .

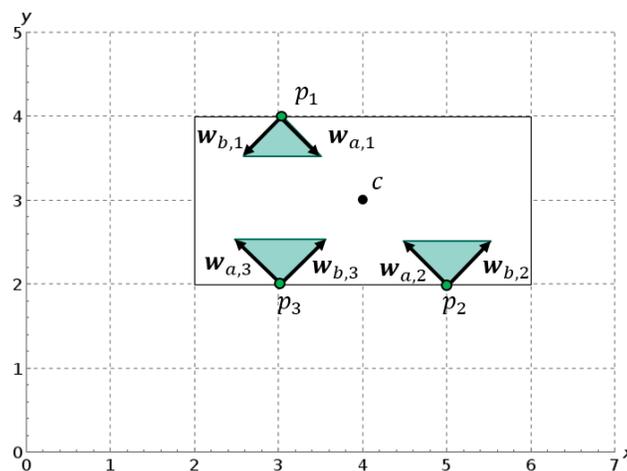


Abbildung 5: Ein zweidimensionales Objekt mit Schwerpunkt  $c$ .

1. Ist der Dreifingergriff an den Punkten  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  kraftgeschlossen? Begründen Sie Ihre Antwort.
2. Ist der Zweifingergriff an den Punkten  $p_1$  und  $p_2$  kraftgeschlossen? Begründen Sie Ihre Antwort.

3. Wie würden Sie die  $\varepsilon$ -Metrik für die zwei Griffe berechnen? Geben Sie für die beiden Griffe an ob  $\varepsilon$  größer, kleiner oder gleich 0 ist.

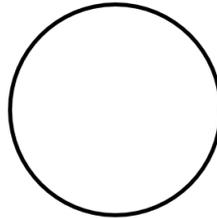
Aufgabe 4

(Mediale Achsen)

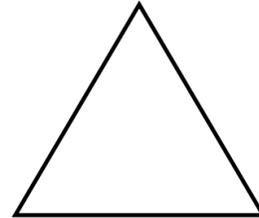
Die *mediale Achse* eines zweidimensionalen Gebiets  $G \subset \mathbb{R}^2$  ist die Menge der Zentren der maximalen Kreise in  $G$ . Ein Kreis  $K$  ist maximal in  $G$ , wenn  $K \subseteq G$  und es keinen Kreis  $K'$  gibt, für den gilt  $K \subset K' \subseteq G$ . Zeichnen Sie die medialen Achsen der Gebiete  $G_1, \dots, G_5$ .



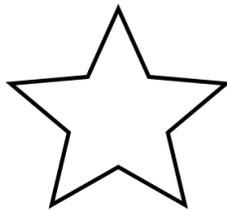
$G_1$



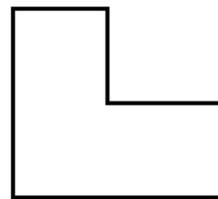
$G_2$



$G_3$



$G_4$



$G_5$